Untersuchungen

über die

Abhängigkeit des elektrischen Leitungsvermögens der Elektrolyte von den in ihnen enthaltenen pulverförmigen, dielektrischen Medien.

(Separat-Abdruck aus dem Centralblatt für Elektrotechnik 1888 Nr. 3 ff.)

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doctorwürde

vorgelegt der

hohen philosophischen Facultät (naturwissenschaftlich-mathematische Abtheilung)

der Universität Basel

von

Heinrich Lux

aus Breslau.

Begutachtet von Herrn Professor Dr. Ed. Hagenbach-Bischoff.

München.

Druck von R. Oldenbourg.

1889.

Untersuchungen

über die

Abhängigkeit des elektrischen Leitungsvermögens der Elektrolyte von den in ihnen enthaltenen pulverförmigen, dielektrischen Medien.

(Separat-Abdruck aus dem Centralblatt für Elektrotechnik 1888 Nr. 3 ff.)

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doctorwürde

vorgelegt der

hohen philosophischen Facultät (naturwissenschaftlich-mathematische Abtheilung)

der Universität Basel

von

Heinrich Lux

aus Breslau.

Begutachtet von Herrn Professor Dr. Ed. Hagenbach-Bischoff.

München.

Druck von R. Oldenbourg.

1889.


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548826_0149

Untersuchungen über die elektrische Leitungsfähigkeit sind bisher ausschliesslich an homogenen, oder wenigstens annähernd homogenen Leitern angestellt worden. — Ueber die Leitungsfähigkeit nicht homogener Körper, speciell Metallpulver, haben Calzecchi-Onesti[1]) und im Anschluss F. Auerbach[2]) gearbeitet.

Im Folgenden wird eine ähnliche Aufgabe behandelt, nämlich die Aenderung des Leitungsvermögens der Elektrolyte untersucht, wenn dieselben in ihrer Homogenität durch Nichtleiter unterbrochen werden. Auch für die Praxis ist die Beantwortung dieser Frage von nicht geringer Bedeutung, da sie unmittelbar auf die Leitung der elektrischen Ströme im Erdboden Anwendung findet, und zwar nicht bloss bei Telegraphen, sondern auch bei Blitzableitern. Doch habe ich eine diesen technischen Gesichtspunkten entsprechende specielle Voraussetzung über die Natur des Leiters nicht gemacht, die Resultate gelten demnach ganz allgemein.

Die gefundenen Resultate der Beobachtungen zeigen eine genügende Uebereinstimmung mit der entwickelten Theorie, aus der sich einerseits eine Abhängigkeit von der Aenderung des Querschnittes ergibt — gleichgültig, welcher Art die angewandten Ströme sind —, und welche andererseits auf einen Einfluss hinweist, der von der dielektrischen Natur der Nichtleiter herrührt —, wenn Wechselströme oder überhaupt Stromimpulse zur Verwendung kommen.

Von besonderem Interesse ist der letzterwähnte Einfluss; durch seine quantitative Bestimmung ergibt sich eine einfache Methode, die „specifische Inductions-Capacität" der Dielectrica zu bestimmen.

I.

Theoretischer Theil.

A. Um die Vorgänge beim Durchgange eines elektrischen Stromes durch einen Körper zu untersuchen, der zum Theil aus leitenden, zum Theil aus nichtleitenden Substanzen besteht, denkt man sich durch den Körper zwei unendlich benachbarte Niveauflächen gelegt. Die zwischen beiden Niveauflächen liegende Körperschale K habe die Fläche F; die Normale auf dem Element ds der Fläche F sei dn; die auf den beiden Niveauflächen herrschenden Potentiale seien P und $P + dP$.

Vorausgesetzt wird: die Aenderungen der Ströme erfolgen nur derartig, dass die Niveauflächen ungeändert bleiben, dass also innerhalb des betrachteten Körpers elektromotorische Kräfte nicht entstehen.

---

[1]) Nuov. Cim. (3) 16 (1884) pag. 58.

[2]) Wied. Ann. Bd. 28 (1886) S. 604 und Centralbl. f. Elektrotechn. Bd. 8 (1886) S. 802.

1. Betrachtet man nun ein Element der Körperschale $d\tau = ds \cdot dn$, welches aus leitender Substanz mit dem Leitungsvermögen λ bestehen möge, so ist der in der Richtung der Normalen hindurchgehende Strom seiner Intensität nach

1. proportional der Fläche des Elementes ds,
2. proportional der specifischen Leitungsfähigkeit λ,
3. proportional der Potentialdifferenz dP,
4. proportional $\frac{1}{dn}$, wenn dn die durchflossene Strombahn ist.

Es ist also:

$$dJ = -\lambda \frac{dP}{dn} ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1$$

Das negative Zeichen erklärt sich daraus, dass, wenn die Stromrichtung in der Richtung der wachsenden n angenommen wird, alsdann dP negativ wird.

Die zur Ueberwindung des Widerstandes eines Volumelementes $d\tau$ in der Zeit dt geleistete Stromarbeit ist:

$$d\mathfrak{A} = -dP \cdot dJ \cdot dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2$$

Aus 1 und 2 folgt dann: $d\mathfrak{A} = \lambda \frac{(dP)^2 ds\, dt}{dn}$

$$d\mathfrak{A} = \lambda \left(\frac{dP}{dn}\right)^2 d\tau \cdot dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3$$

Die gesammte, zum Durchgange durch die ganze Körperschale aufgewandte Stromarbeit ist daher:

$$\mathfrak{A} = \int \lambda \left(\frac{dP}{dn}\right)^2 d\tau \cdot dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4$$

Das Integral erstreckt sich über sämmtliche in K enthaltenen Raumelemente $d\tau$, welche aus stromleitender Substanz bestehen.

2. Betrachtet man zweitens ein nichtleitendes Raumelement der Körperschale K, so wird beim Durchgange eines Stromimpulses durch die ganze Schicht eine Vertheilung der Elektricität in dem Dielectricum stattfinden.

Setzt man nun voraus, dass die in der leitenden Substanz eingebetteten Theilchen so klein sind, dass die Vertheilung unabhängig ist von der Grösse des der Influenzirung unterworfenen Theilchens, also durch das ganze Theilchen gleichmässig erfolge, so ist die zur Influenzirung des Raumelementes $d\tau$ aufgewandte Energie:

$$\mathrm{d}A = dP \cdot dQ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5$$

worin dQ die influenzirte Elektricitätsmenge bedeutet; dieselbe ist:

1. proportional der Zunahme der Intensität des elektrischen Feldes,
d. h. proportional der Aenderung des Potentialgefälles mit der Zeit dt und proportional der Anzahl der die Flächeneinheit treffenden Kraftlinien, also proportional:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt \cdot ds;$$

2. ist die Ladung verschieden für verschiedene Dielectrica, und zwar hängt sie ab von der „specifischen inductiven Capacität“ derselben; — die Ladung wird also direct proportional sein der „dielektrischen Constante“ k', multiplicirt mit einem für

alle Dielectrica constanten Zahlenfactor C; — so dass man als Ausdruck für die Elektricitätsmenge erhält:

$$dQ = Ck' \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt \cdot ds \quad \ldots \quad (6$$

und aus 5 und 6:

$$dA = Ck'\, ds\, dP \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt$$

$$dA = k\, d\tau \frac{dP}{dn} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt \text{ [1]} \quad \ldots \quad (7$$

$$k = Ck'.$$

Die gesammte zur Influenzirung aller nichtleitenden Raumelemente in der Körperschale K aufgewandte Energie ist dann:

$$A = \int k\, d\tau \frac{dP}{dn} \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt \quad \ldots \quad (8$$

3. Es wird also Energie verbraucht einmal zur Ueberwindung des Widerstandes der leitenden Theilchen, zweitens zur Ladung der Dielectrica; die gesammte in der Körperschale verbrauchte Energie wird demnach sein:

$$E = \mathfrak{A} + A \quad \ldots \quad (9$$

Und aus 4 und 8:

$$E = \int_T \lambda \left(\frac{dP}{dn}\right)^2 d\tau\, dt + \int_{T^1} k \frac{dP}{dn} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt \cdot d\tau \quad \ldots \quad (10$$

wobei das erste Integral über das Körperstück T von K erstreckt ist, das aus leitenden, das zweite über das Körperstück T', das aus dielektrischen Medien besteht, dass also:

$$T + T^1 = K \quad \ldots \quad (11$$

---

[1]) Die gesammte potentielle Energie eines elektrischen Systemes, die in dem Dielektricum ihren Sitz hat, ist:

$$A = \frac{1}{2}\int P \varrho\, d\tau,$$

gleich der zur Ladung aufgewandten kinetischen Energie (ϱ ist die Dichte der Elektricität); aus der Poisson'schen Gleichung:

$$k \Delta P = -4\pi\varrho$$

folgt:

$$A = -\frac{k}{8\pi}\int P \Delta P\, d\tau.$$

Und unter Anwendung des Green'schen Satzes:

$$\int P \Delta P\, d\tau = \int P \frac{dP}{dn} ds - \int \frac{dP}{dn} \cdot \frac{dP}{dn} d\tau$$

für eine Kugel von grossem Radius, welche das System einschliesst, wo das erste Integral, als proportional $\frac{1}{r}$ der Kugel, vernachlässigt werden kann:

$$A = \frac{k}{8\pi}\int \frac{dP}{dn} \cdot \frac{dP}{dn} d\tau;$$

das Volumenelement besässe demnach die Energie:

$$dA = \frac{k}{8\pi} \frac{dP}{dn} \cdot \frac{dP}{dn} d\tau$$

s. Mascart und Joubert, Lehrbuch der Elect. u. des Magn. Bd. I § 120, übersetzt von Dr. L. Levy.

Durch die dielektrischen Theilchen wird also der Energieverlust vergrössert, und da der Energieverlust in einem leitenden Körper proportional dem Leitungswiderstande ist, so wird also das Leitungsvermögen eines derartig gemischten Körpers scheinbar verkleinert.

4. Die linke Seite der Gleichung 10, die gesammte aufgewandte Energie, lässt sich nun noch etwas anders ausdrücken:

In einem Leiter vom Widerstande w, der von dem Strome J mit der Spannung P durchflossen wird, ist nach dem Joule'schen Gesetz die Stromarbeit gleich dem Potential, multiplicirt mit der Elektricitätsmenge, also gleich

$$PJt = J^2 t w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12$$

In dem betrachteten Falle verhält sich nun die Körperschale wie ein Stromleiter, der von einem Strome

$$J = \int_T - \lambda \frac{dP}{dn} ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13$$

durchflossen wird, wobei die Spannung desselben gleich dP ist; die ganze Körperschale verhält sich also wie ein Leiter von einem bestimmten, scheinbaren Widerstande w_0.

Denkt man sich nun an Stelle der Körperschale K eine homogene Körperschale K' gesetzt, die von demselben Strome mit derselben Spannung durchflossen wird, so wird der Aufwand an elektrischer Energie in beiden Schalen derselbe sein.

Habe nun diese zweite homogene Schale das mittlere Leitungsvermögen λ_0 — demnach den Leitungswiderstand w_0, so ist die in der Zeit dt gleistete Arbeit,

$$E = J^2 dt w_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14$$

also wegen 13:

$$E = \left[\int_T \lambda \left(\frac{dP}{dn}\right) ds\right]^2 w_0 dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15$$

Aus 10 und 15 ergibt sich nun die resultirende Gleichung:

$$w_0 \left(\int_T \lambda \frac{dP}{dn} ds\right)^2 dt = \int_T \lambda \left(\frac{dP}{dn}\right) d\tau\, dt + \int_{T_1} k \frac{dP}{dn} \frac{d}{dt} \left(\frac{dP}{dn}\right) dt\, d\tau \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16$$

woraus sich eine Beziehung zwischen der dielektrischen Constanten k [1]), dem Leitungsvermögen λ und dem scheinbaren Widerstande w_0 ergibt.

5. Die Differentialgleichung 16 lässt sich wesentlich vereinfachen, wenn man die praktisch meist realisirbare Voraussetzung macht, dass die Niveauflächen parallel sind, alle Raumelemente dasselbe Leitungsvermögen besitzen, und wenn man ferner annimmt, dass alle dielektrischen Medien von derselben Art sind, also auch dieselbe specifische inductive Capacität besitzen.

Es werden dann $\frac{dP}{dn}$, λ, k unabhängig vom Orte sein und können aus den Integralen herausgehoben werden; dasselbe gilt von $\frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right)$; die Gleichung 16 geht dann in die Form über:

$$w_0 \lambda^2 \left(\frac{dP}{dn}\right)^2 \left(\int_T ds\right)^2 dt = \lambda \left(\frac{dP}{dn}\right)^2 \int_T d\tau\, dt + k \frac{dP}{dn} \frac{d}{dt} \left(\frac{dP}{dn}\right) \int_{T_1} d\tau\, dt \quad . \quad . \quad . \quad (17$$

---

[1]) Nach § 2 war die dielektrische Constante: k^1; der Werth k in der Gleichung 16 ist definirt durch $k = Ck^1$, da C für alle Körper den gleichen Zahlenwerth besitzt, so ist es wohl erlaubt, der Kürze wegen k selbst als dielektrische Constante zu bezeichnen.

Da nun $\int_T ds$ gleich dem leitenden Theile der Niveaufläche ist, folgt:

$$\int_T ds = \frac{T}{dn}; \qquad \int_T d\tau = T; \qquad \int_{T^1} d\tau = T^1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18$$

so dass man für 17 erhält:

$$w_0 \lambda^2 \frac{dP}{dn} \frac{T^2}{dn^2} dt = \lambda \frac{dP}{dn} T dt + k \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) T^1 dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19$$

Führt man anstatt des scheinbaren Widerstandes w_0 das scheinbare Leitungsvermögen λ_0 durch folgende Gleichung ein:

$$\lambda_0 = \frac{dn}{w_0} \frac{1}{\int_{T+T^1} ds} = \frac{dn^2}{w_0 \int_{T+T^1} d\tau} = \frac{dn^2}{w_0 (T + T')} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20$$

also: $w_0 = \frac{dn^2}{\lambda_0 (T + T^1)}$, so geht die Differentialgleichung in die Form über:

$$\frac{\lambda^2}{\lambda_0} \frac{dP}{dn} \frac{T^2}{T + T^1} dt = \lambda \frac{dP}{dn} T \quad dt + k T^1 \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21$$

Diese Gleichung kann man noch vereinfachen, wenn man setzt:

$$\frac{T^1}{T} = a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22$$

$$\frac{T^2}{T + T^1} = \frac{T}{1 + a},$$

man erhält dann:

$$\frac{\lambda^2}{\lambda_0} \frac{dP}{dn} \frac{1}{1 + a} dt = \lambda \frac{dP}{dn} dt + k a \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{dn}\right) dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23$$

Integrirt man nun noch über den ganzen Körper in der Richtung der Normale, von 0 bis l, so erhält man:

$$\frac{\lambda^2}{\lambda_0} P^1 \frac{1}{1 + a} dt = \lambda P^1 dt + k a \frac{dP^1}{dt} dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24$$

worin P^1 die Potentialdifferenz zwischen Eintritts- und Austrittsstelle des Stromes bedeuten soll (in Folgendem wird dafür der Einfachheit wegen P gesetzt), und wobei ferner vorausgesetzt wird, dass a für alle Niveauflächen constant ist, die dielektrischen Medien also gleichmässig in einer Niveaufläche so vertheilt sind, wie in der anderen.

Schliesslich kann man noch die Gleichung 24 in folgende Form bringen:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} P dt \left(\frac{\lambda}{1 + a} - \lambda_0\right) = k a \frac{dP}{dt} dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25$$

6. Für constanten Strom ist nun:

$$\frac{dP}{dt} = 0,$$

wenn man von dem anfänglichen Ansteigen des Stromes absieht, demnach:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{1 + a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26$$

d. h. es ist ein Einfluss dielektrischer Medien nur in soweit vorhanden, als hierdurch der Querschnitt der Flüssigkeit verändert wird — wie dies auch ohne weiteres einzusehen, denn die dielektrischen Medien werden nur so lange einen Einfluss haben, als Arbeit zu ihrer Ladung verbraucht wird, d. h. so lange sich die Potentialdifferenz ändert.

Bei Strömen jedoch, deren Intensität sich rasch ändert, also bei rasch aufeinander folgenden Stromimpulsen, wie sie durch Inductionsapparate oder Wechselstrommaschinen gegeben werden, darf das Ansteigen und Abfallen des Stromes nicht vernachlässigt werden.

$\frac{dP}{dt}$ wird also nicht gleich Null, die linke Seite der Gleichung 25 bleibt also positiv, und es ist demnach:

$$\lambda_0 < \frac{\lambda}{1+a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26a$$

d. h. das Leitungsvermögen wird in diesem Falle durch die dielektrischen Medien scheinbar vermindert [1]).

Um den Einfluss zu ermitteln, den die dielektrischen Medien, bei rasch aufeinander folgenden Wechselströmen z. B., ausüben, integrirt man die Gleichung 25

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} P dt \left(\frac{\lambda}{1+a} - \lambda_0\right) = k a \frac{dP}{dt} dt$$

nach der Zeit — und zwar von $t = 0$ bis $t = \mathfrak{T}$, wo für $t = 0$ auch $P = 0$ ist, der Strom also einsetzt, und für $t = \mathfrak{T}$ die Spannung ihr Maximum P_1 erreicht hat; man erhält dann:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}\left(\frac{\lambda}{1+a} - \lambda_0\right)\int_0^{\mathfrak{T}} P dt = k a P_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (27$$

Setzt man nun die mittlere Spannung

$$\frac{\int_0^{\mathfrak{T}} P dt}{\int_0^{\mathfrak{T}} dt} = P_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28$$

so ist:

$$\int_0^{\mathfrak{T}} P dt = P_0 \int_0^{\mathfrak{T}} dt = P_0 \mathfrak{T} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29$$

also wird aus 27:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}\left(\frac{\lambda}{1+a} - \lambda_0\right) P_0 \mathfrak{T} = k a P_1$$

oder:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}\left(\frac{\lambda}{1+a} - \lambda_0\right) = k a \frac{P_1}{P_0 \mathfrak{T}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30$$

$$\frac{1}{\lambda_0}\frac{\lambda^2}{1+a} = \lambda + k a \frac{P_1}{P_0 \mathfrak{T}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30a$$

worin $\mathfrak{T}$ die Zeit, die das Potential zum Ansteigen (resp. Abfallen) braucht, λ_0 die unter diesen Bedingungen existirende scheinbare Leitungsfähigkeit.

---

[1]) Hieraus dürfte es sich erklären lassen, weshalb der Energieverlust beim Betriebe von Bogen- und Glühlampen durch Wechselstrommaschinen grösser ausfällt, als beim Betriebe durch Gleichstrommaschinen. — Die dielektrische Constante der Beleuchtungskohlen, bei Bogenlampen auch die der Luft, dürfte einen nicht unwesentlichen, vermindernden Einfluss auf die Leitungsfähigkeit haben. —

Durch Untersuchungen über die elektromotorische Kraft des Lichtbogens, die beim Betriebe durch Wechselstrommaschinen scheinbar grösser ausfallen müsste, liesse sich ein eventueller Einfluss mit Sicherheit constatiren.

Der Hauptsache nach werden jedoch wohl die erwähnten Energieverluste der bei Wechselströmen in hohem Grade auftretenden Selbstinduction zuzuschreiben sein.

7. Betrachtet man nun einen Apparat, der nur Stromimpulse erzeugt, also z. B. einen Inductionsapparat, und fasst man den Vorgang der Potentialänderung ins Auge, so erkennt man, dass dieselbe in vier Phasen periodisch erfolgt, indem beim Schliessen des primären Stromes das Potential von 0 bis zu seinem grössten Werthe ansteigt — in der Zeit $\mathfrak{T}^{I}$, dabei sei der Werth von

$$\frac{P_1}{P_0 \mathfrak{T}} = c^{I},$$

der Werth von λ_0: λ_0^{I}.

Hierauf fällt die Spannung von ihrem grössten Werthe wieder auf 0 während der Zeit $\mathfrak{T}^{II}$, der dabei auftretende Werth von

$$\frac{P_1}{P_0 \mathfrak{T}} = c^{II};$$

von λ_0: λ_0^{II}.

Dann steigt beim Oeffnen des Stromes die Spannung wieder (absolut genommen; c bleibt jedoch immer positiv) von 0 bis zu einem grössten Werthe in der Zeit $\mathfrak{T}^{III}$, wobei wieder c^{III} und λ_0^{III} die entsprechenden Werthe von $\frac{P_1}{P_0 \mathfrak{T}}$ und λ_0 bezeichnen, und schliesslich fällt die Spannung in der Zeit $\mathfrak{T}^{IV}$ auf 0, wobei c^{IV} und λ_0^{IV} die auftretenden Werthe in der alten Bedeutung sind — nach diesen vier Phasen widerholt sich derselbe Vorgang —; man hat also successive die Gleichungen:

$$\frac{1}{\lambda_0^{I}} \frac{\lambda^2}{1+a} = \lambda + k a c^{I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31$$

$$\frac{1}{\lambda_0^{II}} \frac{\lambda^2}{1+a} = \lambda + k a c^{II}$$

$$\frac{1}{\lambda_0^{III}} \frac{\lambda^2}{1+a} = \lambda + k a c^{III}$$

$$\frac{1}{\lambda_0^{IV}} \frac{\lambda^2}{1+a} = \lambda + k a c^{IV}$$

$$\frac{1}{\lambda_0^{I}} \frac{\lambda^2}{1+a} = \lambda + k a c^{I}$$

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Summirt man über eine Periode, so ergibt sich:

$$\frac{\lambda^2}{1+a}\left(\frac{1}{\lambda_0^{I}} + \frac{1}{\lambda_0^{II}} + \frac{1}{\lambda_0^{III}} + \frac{1}{\lambda_0^{IV}}\right) = 4\lambda + k a (c^{I} + c^{II} + c^{III} + c^{IV}) \quad . \quad . \quad . \quad (32$$

oder wenn man den Mittelwerth von $\frac{1}{\lambda_0^{I}}, \frac{1}{\lambda_0^{II}} \cdots \frac{1}{\lambda_0^{IV}}$, d. h. den der Beobachtung allein bequem zugänglichen Mittelwerth sämmtlicher successive auftretenden reciproken Leitungsvermögen gleich $\frac{1}{\lambda_{00}}$ setzt, also gleich dem beobachteten, reciproken, scheinbaren Leitungs-

vermögen, und wenn man den Mittelwerth der vier Constanten des Apparates: c^{I}; c^{II}; c^{III}; c^{IV} gleich c setzt, so ergibt sich für Gleichung 32:

$$\frac{1}{\lambda_{00}} \frac{\lambda^2}{1+a} = \lambda + kac \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (33$$

worin c eine Constante des Apparates ist, die ihrer Dimension nach eine reciproke Zeit darstellt.

Die gefundene Gleichung 33 kann man noch in der übersichtlicheren Form schreiben:

$$\lambda_{00} = \frac{\lambda}{(1+a)\left(1+ac\frac{k}{\lambda}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (34$$

Das specifische Leitungsvermögen eines leitenden Körpers, in dem sich Dielectrica befinden, ist geringer, als das specifische Leitungsvermögen des leitenden Körpers selbst; ja sogar noch geringer, als wenn die Medien gar keinen Einfluss hätten, sondern nur raumerfüllend wären, denn in diesem Falle wäre $k = 0$, also:

$$\lambda^{I}_{00} = \frac{\lambda^{I}}{1+a},$$

siehe Gleichung 26.

Wenn man die Gleichung 34 auf den direct zu beobachtenden Widerstand bezieht, so ergibt sich [1]) in dem speciellen Falle, wo nur der Querschnitt des Körpers durch das Hinzufügen des Dielectricums vergrössert wird:

$$w_{00} = \frac{l}{q+q^1} \cdot \frac{1}{\lambda_{00}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (35$$

und unter Berücksichtigung von 34:

$$w_{00} = \frac{l}{q+q^1} \cdot \frac{(1+a)\left(1+ac\frac{k}{\lambda}\right)}{\lambda}$$

und da nach 22:

$$a = \frac{T^1}{T} = \frac{q^1}{q}$$

und hieraus:

$$\lambda_{00} = \frac{\lambda q}{(q+q^1)\left(1+\frac{ck}{\lambda}\frac{q^1}{q}\right)},$$

so ergibt sich:

$$w_{00} = \frac{l}{\lambda q}\left(1+c\frac{k}{\lambda}\frac{q^1}{q}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (36$$

oder:

$$w_{00} = w\left(1+c\frac{k}{\lambda}\frac{q^1}{q}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (37$$

Diese Gleichung gibt ein Mittel an die Hand, mit Hilfe einfacher Widerstandsmessungen die dielektrischen Constanten verschiedener Medien mit einander zu vergleichen.

---

[1]) Allgemein gilt: $w = \frac{l}{q\lambda}$; wo l die Länge, q den Querschnitt, λ das Leitungsvermögen des Leiters ist.

In den angestellten Beobachtungen war immer:

$$\Delta_0 = \frac{l}{q}\frac{1}{w_{00}} \quad \ldots \quad (38$$

bestimmt worden; $= \lambda_{00}(1+a),$

da $$w_{00} = \frac{l}{q+q^1}\cdot\frac{1}{\lambda_{00}},$$

d. h. es wurde das Leitungsvermögen immer ohne Berücksichtigung des Querschnittes der Dielectrica gebildet. Aus 34 und 38 ergibt sich:

$$\Delta_0 = \frac{\lambda}{1+ac\frac{k}{\lambda}} \quad \ldots \quad (39$$

und da $ac\frac{k}{\lambda}$ eine kleine Grösse ist:

$$\Delta_0 = \lambda\left[1 - \frac{ack}{\lambda} + \left(\frac{ack}{\lambda}\right)^2 \mp \cdots\right] \quad \ldots \quad (40$$

oder, wenn man nach dem zweiten Gliede abbricht:

$$\Delta_0 = \lambda - \frac{q^1}{q}ck \quad \ldots \quad (41$$

Wenn die Volumina der betrachteten Leiter und Nichtleiter resp. v und v^1 sind, so ist bei sonst constanter Länge

$$\frac{q^1}{q} = \frac{v^1}{v}$$

und wenn ϱ und ϱ^1 die resp. specifischen Gewichte der beiden Substanzen sind:

$$\frac{q^1}{q} = \frac{v^1}{v} = \frac{m^1}{m}\cdot\frac{\varrho}{\varrho^1},$$

die Gleichung 41 nimmt dann die Form an:

$$\Delta_0 = \lambda - \frac{m^1}{m}\frac{\varrho}{\varrho^1}c\cdot k \quad \ldots \quad (42$$

Hieraus ergibt sich eine lineare Abhängigkeit des scheinbaren Leitungsvermögens von der Masse des dielektrischen Mediums, wenn die Masse des Leiters constant bleibt, und zwar ergibt sich:

$$\frac{\Delta\Delta_0}{\Delta m^1} = -\frac{\varrho}{\varrho^1}ck\cdot\frac{1}{m}\ ^{1}) \quad \ldots \quad (43$$

---

[1]) Dass die Gleichung 43 auch wirklich zwischen Grössen derselben Gattung besteht, erkennt man sofort, wenn man die Dimensionen der Grössen einführt (m und m^1 heben sich weg, ϱ und ϱ^1 sind reine Zahlen).

$$\Delta = \frac{l}{Q}\frac{1}{w}$$

$$(\text{Dim. } w) = \text{cm sec}^{-1}$$

$$(\text{Dim. } \Delta) = \text{cm}^{-2}\,\text{sec.}$$

Die specifische Inductions-Capacität ist, abgesehen von einem Zahlenfactor, nach Maxwell definirt als der reciproke Werth des elektrischen Elasticitätscoefficienten, sie ist also das Verhältnis der „elektrischen Verschiebung“ zur entsprechenden elektrischen Kraft (Intensität des elektrischen Feldes, gemäss der Einführung in § 2) demnach:

$$(\text{Dim. } k) = \frac{\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-2}} = \text{cm}^{-2}\,\text{sec}^2.$$

Ferner nach § 7 (Anfang):

$$(\text{Dim. } c) = \text{sec}^{-1}$$

$$(\text{Dim. } \Delta) = (\text{Dim. } ck) = \text{cm}^{-2}\,\text{sec.}$$

Das sich aus der entwickelten Theorie ergebende Gesetz wäre nun folgendes:

„Es ändert sich das Leitungsvermögen jedes elektrischen Leiters, wenn sich in demselben dielektrische Medien befinden, und zwar:

1. Beim Durchgange eines constanten Stromes nur insoweit, als sich durch die zugefügten dielektrischen Medien der Querschnitt ändert.
2. Beim Durchgange von rasch intermittirenden, z. B. Wechselströmen, insofern, als die Abnahme des Leitungsvermögens proportional ist der Zunahme des Volumens des Dielectricums, seiner specifischen inductiven Capacität und einer von der Schnelligkeit der Aenderung der Stromspannungen abhängigen Grösse, die für jede Stromquelle constant ist."

Für die folgenden Untersuchungen sind als Leiter ausschliesslich Elektrolyte benutzt worden.

B. Bei den vorigen Betrachtungen ist zu nächst der Einfluss unberücksichtigt geblieben, den die Veränderung der Gestalt des Leiters durch das Hinzutreten des dielektrischen Mediums hervorruft.

Um diesen Einfluss zu ermitteln, sieht man vorläufig von dem Einfluss der dielektrischen Ladungserscheinungen ab und fasst allein die Erscheinungen bei der Stromverzweigung in einem von Nichtleitern durchsetzten Leiter ins Auge.

8. Betrachtet man einen Stromfaden des Leiters, dessen Länge l und dessen Leitungsvermögen λ sei, so wird:

1. wenn der Stromfaden von constantem Querschnitt $d\sigma$ ist, der Widerstand des Stromfadens sein:

$$w = \frac{l}{\lambda\, d\sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (44$$

oder, wenn sein Volumen gleich υ ist:

$$w = \frac{l^2}{\lambda\, \upsilon},$$

2. wenn der Stromfaden variablen Querschnitt hat, für ein Längenelement dl des Fadens von dem mittleren Querschnitt $d\sigma^1$ sein Widerstand sein:

$$dw = \frac{dl}{\lambda\, d\sigma^1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45$$

also der Widerstand des ganzen Stromfadens:

$$w = \frac{1}{\lambda} \int_0^l \frac{dl}{d\sigma^1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46$$

Dieses Integral lässt sich leicht berechnen. Es ist nämlich:

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{dl}{d\sigma^1} &= \lim_{n=\infty} \sum_1^n{}_i \left(\frac{1}{d\sigma_i^1} \Delta l \right) \\ &= \lim_{n=\infty} \Delta l \sum_1^n{}_i \left(\frac{1}{d\sigma_i^1} \right) \\ &= \lim_{n=\infty} \Delta l \, \frac{n}{d\sigma_0} \\ &= \frac{l}{d\sigma_0}, \end{aligned}$$

worin $\frac{1}{d\sigma_0}$ das arithmetische Mittel sämmtlicher $\frac{1}{d\sigma_i'}$ d. h. $d\sigma_0$ das harmonische Mittel sämmtlicher Querschnitte $d\sigma_i'$ des Stromfadens ist; dann ist also:

$$w = \frac{l}{\lambda\, d\sigma_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47$$

d. h. „Der Widerstand eines Stromfadens von gegebener Länge l und gegebenem Leitungsvermögen λ, aber variablem Querschnitt ist gleich dem Widerstande eines Stromfadens von gleicher Länge und gleichem Leitungsvermögen, aber constantem Querschnitt, wenn dieser Querschnitt das harmonische Mittel der verschiedenen Querschnitte des Stromfadens ist.“

Der Widerstand eines Stromfadens von constantem Querschnitt war gegeben durch

$$w = \frac{l^2}{\lambda\, \mathfrak{v}},$$

da nun das Volumen eines beliebigen Fadens gleich dem Product aus Länge und arithmetischem Mittel des Querschnittes ist, das harmonische Mittel positiver Grössen aber bekanntlich stets kleiner als das arithmetische ist, und zwar um so kleiner, je verschiedener die Grössen sind, aus denen das Mittel genommen wird, so folgt, dass der Widerstand eines Stromfadens von variablem Querschnitt grösser ist, als der eines gleich langen Stromfadens von demselben Volumen, aber constantem Querschnitt, und zwar um so grösser, je verschiedener die einzelnen Querschnitte voneinander sind.

Sei nun

$d\sigma$ das arithmetische,
$d\sigma_0$ das harmonische Mittel

der Querschnitte des Stromfadens, wo stets die Ungleichung besteht:

$$d\sigma > d\sigma_0,$$

so kann man

$$\frac{d\sigma_0}{d\sigma} = 1 - b$$

setzen, wo

$$b = \frac{d\sigma - d\sigma_0}{d\sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47\,a$$

Es geht dann die Gleichung 47 über in:

$$w = \frac{l}{\lambda\, d\sigma}\,\frac{1}{1-b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (48$$

Der Gesammtwiderstand des Leiters wird jetzt definirt durch die Gleichung:

$$\frac{1}{W} = \Sigma \frac{1}{w},$$

also:

$$\frac{1}{W} = \lambda \int_q^{\cdot} \frac{d\sigma\,(1-b)}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (49$$

9. Betrachtet man jetzt wieder den speciellen Fall, dass sämmtliche Stromfäden, oder vielmehr, da die Stromfäden von variabler Dicke sind, die Axen derselben einander parallel sind; und setzt man ebenfalls voraus, dass die nichtleitenden Theilchen in allen Niveauflächen gleichmässig vertheilt sind, — so können dieselben entweder auf der ganzen

Niveaufläche gleichmässig vertheilt sein, — oder sich nur in einem Theil derselben befinden (dem unteren oder dem oberen, je nachdem sie specifisch schwerer oder leichter sind als der Leiter).

In dem ersteren Falle werden sämmtliche Stromfäden gleichmässig von nichtleitenden Partikeln durchsetzt sein, im letzteren Falle nur ein Theil der Stromfäden.

Da die Endresultate in beiden Fällen dieselben sind, so soll nur allein der Fall betrachtet werden, der bei den angestellten Beobachtungen realisirt war, nämlich: dass nur ein Theil der Stromfäden von nichtleitenden Partikeln erfüllt, der andere jedoch homogen ist.

Es sei der Querschnitt des ersteren Theiles Q_1, der des letzteren Q_2.

Der Gesammtwiderstand der Stromfäden erster Art ist dann charakterisirt durch (Gleichung 49):

$$\frac{1}{W_1} = \lambda \int_{Q_1} \frac{d\sigma\,(1-b)}{l}.$$

Hierin hängt b nur von der Vertheilung und der Beschaffenheit der Nichtleiter ab; nimmt man an, dass die Vertheilung gleichmässig ist, und immer nur ein Dielectricum in Betracht kommt, so ist b eine Constante [1]), man erhält somit:

$$\frac{1}{W_1} = \frac{\lambda}{l}(1-b)\int_{Q_1} d\sigma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (50$$

$$= \frac{\lambda}{l} Q_1 (1-b).$$

Der Widerstand sämmtlicher Stromfäden zweiter Art bestimmt sich ebenfalls aus Gleichung 49. In diesem Falle ist $b = 0$; also:

$$\frac{1}{W_2} = \frac{\lambda}{l}\int_{Q_2} d\sigma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (51$$

$$= \frac{\lambda}{l} Q_2.$$

Der Gesammtwiderstand des ganzen Körpers ist gegeben durch:

$$\frac{1}{W_0} = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}$$

$$= \frac{\lambda}{l} Q_1 (1-b) + \frac{\lambda}{l} Q_2$$

oder:

$$\frac{1}{W_0} = \frac{\lambda}{l}(Q_1 + Q_2 - b\,Q_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (52$$

und wenn man den Gesammtquerschnitt des Leiters

$$Q_1 + Q_2 = Q$$

setzt ($Q = q + q^1$ des § 7):

$$\frac{1}{W_0} = \frac{\lambda}{l}(Q - b\,Q_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (52\,a$$

[1]) Die Constante b wird lediglich von der Gestalt der Nichtleiter abhängen, da nur dadurch für eine bestimmte Fläche das Verhältnis des leitenden Theiles zum nichtleitenden bestimmt ist; — von der Grösse der Theilchen wird b im allgemeinen nicht abhängen.

Das Leitungsvermögen des ganzen Körpers ist dann:

$$\Lambda_0 = \frac{l}{Q\, W_0}$$

daher:

$$\Lambda_0 = \lambda\left(1 - b\frac{Q_1}{Q}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (53$$

Es ist $\frac{Q_1}{Q}$ das Verhältnis des Querschnittes des von Nichtleitern durchsetzten Theiles zum Querschnitt des ganzen Körpers also:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{V_1}{V},$$

wo V_1 und V die resp. Volumina sind.

Sind dann noch m und m^1 die Massen, ϱ und ϱ_1 die specifischen Gewichte des Leiters und des Nichtleiters, und zwar ϱ_1 das Verhältnis des Gewichtes des nichtleitenden Pulvers zu dem ganzen von ihm eingenommenen Raume (incl. der eingeschlossenen Hohlräume), so ist:

$$V = \frac{m}{\varrho}, \qquad V_1 = \frac{m^1}{\varrho_1}$$

und hiernach

$$\Lambda_0 = \lambda\left(1 - \frac{m^1}{m}\frac{\varrho}{\varrho_1} b\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54$$

oder

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\Lambda\, \Lambda_0}{\Lambda m^1} = -\frac{\varrho}{\varrho_1}\frac{b}{m} = \text{constant} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (55$$

Es ergibt sich somit das Gesetz:

„Durch Hinzufügen nichtleitender Medien zu einem Leiter wird das Leitungsvermögen desselben verkleinert und zwar ist die Abnahme des Leitungsvermögens proportional der Zunahme der Masse des zugesetzten Nichtleiters."

In diesem Falle ist der Einfluss der Nichtleiter unabhängig von der Beschaffenheit des Stromes, bei constanten Strömen also ebenso gross, wie bei rasch intermittirenden Strömen.

10. Noch ein dritter Einfluss der nichtleitenden Medien lässt sich erwarten:

Durch das Hinzufügen derselben wird nämlich die Oberfläche des Leiters im Verhältnis zu seinem Querschnitt vergrössert.

Nun ist aber bekanntlich die Leitungsfähigkeit eines Leiters bei constantem Querschnitt nicht vollständig unabhängig von dessen Oberfläche, sondern nimmt bei wachsender Oberfläche zu, es wird also das Hinzufügen der dielektrischen Medien eine geringe Vergrösserung der Leitungsfähigkeit bewirken, deren Betrag sich aber auch nicht annähernd feststellen lässt, da ihr Einfluss selbst im einfachsten Falle, bei Drähten, noch nicht genau festgestellt ist. Auch wird sich dieser Betrag experimentell von der im § 8 und § 9 gefundenen Abnahme kaum trennen lassen; namentlich dürfte auch dieser Einfluss ein ziemlich unbedeutender sein. Bei den vorliegenden Untersuchungen ist deshalb auch von diesem Einflusse abgesehen worden.

11. Als Schlussresultat für die Leitungsfähigkeit eines von nichtleitenden Körpern durchsetzten Leiters ergibt sich durch die Verbindung von Gleichung 42 und 54:

$$\Lambda_0 = \lambda - \frac{m^1}{m}\varrho\left(\frac{1}{\varrho^1}ck + \frac{1}{\varrho_1}b\lambda\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56$$

und für die relative Abnahme des Leitungsvermögens mit der Zunahme der Masse des Dielektricums:

$$\frac{\Delta\Lambda_0}{\Delta m^1}\cdot\frac{1}{\lambda} = -\frac{\varrho}{m}\left(\frac{1}{\varrho^1}\frac{ck}{\lambda} + \frac{1}{\varrho_1}b\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57$$

II.

Experimenteller Theil.

1. Anordnung der Beobachtungen.

Um empirisch die Richtigkeit des entwickelten Gesetzes zu prüfen und demzufolge zu constatiren, dass eine Aenderung des elektrischen Leitungsvermögens eines Elektrolytes beim Durchgange von Wechselströmen stattfindet, wenn sich in demselben nichtleitende Körper befinden, wurden die zu untersuchenden Flüssigkeiten in einen gläsernen Trog gebracht, ihr Widerstand gemessen, hierauf eine abgewogene Menge des Dielectricums in gepulvertem Zustande in die Flüssigkeit hineingeschüttet, möglichst gleichförmig vertheilt und wiederum der Widerstand gemessen.

Die Widerstandsmessungen geschahen nach der Wheatstone-Kirchhoff'schen Brückenmethode. Die nothwendigen Wechselströme wurden durch einen kleinen Ruhmkorff'schen Inductionsapparat hervorgerufen; der primäre, durch ein Bunsen-Element erzeugte Strom wurde etwa 120mal in der Secunde unterbrochen.

Die zur Messung dienenden Apparate waren: eine Brückenwalze nach Kohlrausch und ein Weber'sches Elektro-Dynamometer von Meyerstein, von dem jedoch nur die innere Rolle in die Brücke geschaltet war, während sich die äussere im Hauptstromkreise befand, wodurch Nullablesungen überhaupt erst möglich werden.

Die Ablesungen geschahen mittels Fernrohr und Scala, welche letztere sich etwa 1½ m von dem Spiegel des Instrumentes entfernt befand. Die Ruhelagen desselben wurden aus den Amplituden bestimmt, es genügte wegen des geringen Decrementes fünf Umkehrpunkte zu bestimmen, bei kleinen Ausschlägen waren auch schon drei ausreichend.

Wegen der geringen Dämpfung des Instrumentes war es nicht möglich, ohne weiteres das Verhältnis der vier Seiten des Wheatstone'schen Vierecks so zu bestimmen, dass die Brücke stromlos wurde, es mussten deshalb auf dem ausgespannten Draht zwei Punkte immer so bestimmt werden, dass die Gleichgewichtslagen der inneren Rolle des Dynamometers rechts oder links von der Ruhelage abwichen. Der richtige Punkt des Drahtes wurde dann nach der Formel:

$$H_0 = h + (H - h)\frac{O - \alpha}{A - \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58$$

berechnet, worin H und h die gemessenen Drahtlängen des Walzendrahtes, O die Ruhelage, A und α die H und h entsprechenden Gleichgewichtsstellungen des Instrumentes waren.

In jedem Falle wurde die Stromrichtung in der inneren Rolle commutirt, um Aufstellungsfehler möglichst zu eliminiren.

Der Widerstand der Flüssigkeit wurde also jedesmal aus vier Gleichgewichtslagen des Dynamometers bestimmt.

In einem Falle wurden die Beobachtungen mit Brücke und Telephon angestellt (s. Tabelle 16).

Um die specifische Leitungsfähigkeit zu erhalten, mussten jedesmal der Querschnitt der Flüssigkeit und der Abstand der Elektroden ermittelt werden, was sich bei dem erwähnten Glastrog sehr leicht erreichen liess. — Derselbe war aus einem Glascylinder gebildet, aus dessen Wand der Länge nach ein Stück herausgeschnitten war; die Seitenwände des Troges bestanden aus Hartgummiplatten, in welche der Cylinder eingelassen und eingekittet war. Der Querschnitt des Cylinders erwies sich, wie sich durch Messung herausstellte, ziemlich genau als ein Kreis, der Durchmesser betrug im Mittel

	bei Trog I	bei Trog II
	46,79 mm	49,12 mm
die Länge	227,00 mm	221,30 mm

Alle vier Grössen wurden mit einem Kathetometer gemessen.

Um den Querschnitt der Flüssigkeit zu ermitteln, wurde die Entfernung des Niveaus derselben von der tiefsten Stelle des Troges mit einer Mikrometerschraube gemessen, dieselbe war mit einer Elfenbeinspitze versehen, mit welcher sie in die Flüssigkeit eintauchte. Die Höhe derselben wurde immer an drei verschiedenen Stellen bestimmt und aus den hieraus berechneten Querschnitten das Mittel genommen. Zur Controle wurden jedesmal noch aus dem Volumen der eingebrachten Flüssigkeit und aus der Länge des Troges der Querschnitt ermittelt. Beide Methoden lieferten durchaus befriedigende übereinstimmende Werthe, der Unterschied betrug nie mehr als 1‰.

Die Elektroden bestanden aus gut platinirten, kreisförmigen Platin-Elektroden von allerdings nur ca. 3 qcm Oberfläche, dieselben, an starken Platindrähten angenietet, wurden an zwei Hartgummistreifen befestigt, die mit Rillen so versehen waren, dass sie an den Enden des Troges fest auflagen; ausserdem wurden die Elektrodenhalter noch mit Klebewachs an dem Troge befestigt.

Die Entfernung der Elektroden betrug

bei dem Troge I: $l = 216{,}5$ mm
bei dem Troge II: $l = 210{,}0$ mm.

Die specifische Leitungsfähigkeit ergibt sich dann zu:

$$\lambda = \frac{l}{Q}\,\frac{1}{w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (59$$

wenn w den gemessenen Widerstand bezeichnet.

Leider war der Abstand der Elektroden nicht in jedem Falle derselbe, und es war versäumt worden, ihn vor jeder Messung von neuem mit dem Kathetometer zu bestimmen; es ergeben sich deshalb in den absoluten Werthen für die Leitungsfähigkeit Abweichungen bis zu 1,7 %. Es wurde jedoch bei den vorliegenden Untersuchungen weniger darauf gesehen, absolute Werthe für die Leitungsfähigkeit [1]) zu erhalten, als vielmehr experimentell

[1]) Die absoluten Werthe hätten auch schon deshalb wenig Bedeutung gehabt, weil die Substanzen nicht auf ihre chemische Reinheit geprüft worden waren.

das Gesetz zu prüfen nach welchem sich die Leitungsfähigkeit eines Elektrolytes unter den gegebenen Bedingungen ändern würde. Die uncorrigirten Werthe für die Leitungsfähigkeit sind hierzu völlig ausreichend; besonders schon deshalb, weil die Entfernung der Elektroden während eines Beobachtungssatzes immer völlig constant blieb.

2. Gang der Untersuchung.

Was die Ausführung der einzelnen Beobachtungen anbetrifft, so war der Gang derselben ein sehr einfacher: Eine bestimmte Menge einer Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht vorher ermittelt war, wurde in den Trog gebracht, die Höhe gemessen, hierauf der Leitungswiderstand auf die bereits angegebene Weise bestimmt. — Wenn dies geschehen war, wurde eine gewogene Quantität des Dielectricums möglichst gleichmässig hineingeschüttet, der Widerstand des Gemenges bestimmt, ein neues Quantum des Pulvers eingefügt, wiederum der Widerstand gemessen u. s. f.

Die Temperatur der Flüssigkeit wurde vor und nach jeder Widerstandsmessung theils mit einem in ganze, theils mit einem in zehntel Grade getheilten Thermometer bestimmt.

Zur Untersuchung kamen folgende Flüssigkeiten:

1. Schwefelsäure von ca. 5 %, 10 %, 15 %.
2. Bittersalzlösung von ca. 4,5 %, 5 %, 9,9 %.
3. Kochsalzlösung von ca. 9,9 %.

Als Dielectrica waren vorerst nur folgende benutzt worden:

I. Glaspulver von verschiedener Feinheit, wie es zur Herstellung von Glaspapier benutzt wird; zur Verfügung standen die Stärken Nr. 0, 2, 5 (dasselbe war von Gebrüder Garve in Neusalz a. O. bezogen worden).

II. Smirgel in den Stärken Nr. 2, 3, 7.

III. Flusssand aus dem Oderbette.

Um von dem Grade der Feinheit eine Vorstellung zu erhalten, wurden die Pulver durch einen Satz Siebe hindurchgeschickt; — die erste Colonne folgender kleinen Tabelle gibt an, wie gross ungefähr die Löcher desjenigen Siebes waren, durch welches das betreffende Dielectricum gerade noch hindurch ging; — die zweite Colonne gibt die mit Hilfe eines Pyknometers ermittelte Dichtigkeit; — die dritte Colonne enthält den Brechungsquotienten, bestimmt nach der mikroskopischen Methode von Maschke [1]).

Substanz	qmm	ϱ^1	n_D
Glas Nr. 0	0,09	2,508	—
„ „ 2	0,25	2,525	1,5224
„ „ 5	0,49	2,529	1,5224
Smirgel Nr. 2 . . .	0,25	4,023	—
„ „ 3 . . .	0,36	3,982	—
„ „ 7 . . .	1,00	4,007	—
Sand	—	2,600	—

[1]) Wiedemann's Annalen 18.

Um eine eventuelle Abhängigkeit von der Natur der Flüssigkeit zu constatiren, wurden dieselben Körper in verschiedene Flüssigkeiten eingetragen.

Die Leitungsfähigkeit, die sich aus dem gemessenen Widerstande ergab, wurde jedesmal auf 18,0° C. reducirt; für die reinen Substanzen wurden zum Theil als Temperaturcoefficienten die von F. Kohlrausch gegebenen Werthe eingeführt, zum Theil mussten sie für einzelne Substanzen ermittelt werden. — Für das Gemenge von Flüssigkeit und Dielectricum lagen Beobachtungen von Temperaturcoefficienten natürlich nicht vor, dieselben mussten also in jedem Falle bestimmt werden.

Die Aenderung des Leitungsvermögens eines Electrolytes als Function der Temperatur wird in erster Annäherung durch die Formel:

$$\lambda_\mu = \lambda_\nu [1 + \alpha (t_\mu - t_\nu)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60$$

ausgedrückt, worin α den Temperaturcoefficienten, t_μ und t_ν die resp. Temperaturen bedeuten, welchen die Leitungsfähigkeit λ_μ resp. λ_ν entspricht.

Für das Gemisch von festem Körper und Flüssigkeit wird noch ein Glied hinzutreten, dasselbe wird offenbar der Differenz der Temperaturen proportional sein und ebenso proportional der Menge der zugefügten Substanz, wenn die Leitungsfähigkeit sich überhaupt mit der Menge des zugefügten Körpers ändert.

Es wird einen grossen Fehler nicht involviren, wenn man eine lineare Abhängigkeit von der Masse des Dielectricums annimmt, so dass die Leitungsfähigkeit als Function der Temperatur nunmehr durch folgende Formel ausgedrückt werden kann:

$$\lambda_\mu = \lambda_\nu [1 + \alpha (t_\mu - t_\nu) + m' \beta (t_\mu - t_\nu)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61$$

woraus sich ergibt:

$$\alpha = \frac{\lambda_\mu - \lambda_\nu}{\lambda_\nu} \cdot \frac{1}{t_\mu - t_\nu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61a$$

und

$$\beta = \frac{1}{m'} \left(\frac{\lambda_\mu - \lambda_\nu}{\lambda_\nu} \cdot \frac{1}{t_\mu - t_\nu} - \alpha \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61b$$

Um die Werthe α und β zu bestimmen, wurden die Widerstände desselben Gemenges bei zwei verschiedenen Temperaturen beobachtet, und zwar immer einmal bei der Zimmertemperatur, ein zweites Mal bei einer höheren Temperatur, die dadurch praktisch erzielt wurde, dass der ganze Trog in einen zweiten Metalltrog gesetzt wurde, welcher letztere mit warmem Wasser gefüllt wurde.

Die Beobachtung des Widerstandes geschah dann in dem Augenblick, in welchem die Temperatur des sich erwärmenden Gemisches der Temperatur des sich abkühlenden umgebenden Wassers gleich war. Die Temperatur in dem Gemisch, das natürlich fortwährend fleissig umgerührt wurde, blieb dann eine Weile constant, so dass eine sichere Widerstandsbestimmung gemacht werden konnte.

Die Ablesungen der Thermometer und der Dynamometer-Ausschläge wurden von zwei verschiedenen Beobachtern ausgeführt.

Zur Berechnung der Werthe λ_{18} (des Leitungsvermögens bei 18,0° C.) wurden immer diejenigen Werthe, λ_μ resp. λ_ν, benutzt, die einer 18,0° möglichst nahen Temperatur entsprachen. — In den Fällen, wo $(t_\mu - t_{18})$ eine beträchtliche Grösse hatte, sind wegen des Einflusses der vernachlässigten Glieder in den Gleichungen 60 und 61 die Werthe für λ_{18} auch unbrauchbar.

3. Fehlerquellen.

Die bei den Beobachtungen aufgetretenen Fehler hatten ihre Quelle zum Theil in den benutzten Apparaten, zum Theil sind sie in der Methode der Beobachtung begründet gewesen.

Was die aus den Apparaten herrührenden Fehler anbetrifft, so war der

1. aus der Brückenwalze entstammende der aller geringfügigste und konnte völlig vernachlässigt werden, selbst ein Temperaturunterschied von 5,0° C. in den Neusilberwiderständen brachte in dem Resultat nur eine Aenderung um eine Einheit in der vierten Stelle hervor, betrug in den meisten Fällen also noch nicht 1‰.

2. Einen wesentlich grösseren Einfluss hatte der aus der Aufstellung des Dynamometers resultirende Fehler; derselbe war jedoch nach Möglichkeit durch Umkehrung der Stromrichtung in der inneren Rolle eliminirt worden.

3. Unangenehm machte sich ausserdem die elastische Nachwirkung der bifilaren Aufhängung geltend, es änderte sich infolgedessen — besonders nach grösseren Ausschlägen — die Ruhelage der inneren Rolle. Dieser Fehler wurde möglichst dadurch eingeschränkt, dass vor jeder einzelnen Widerstandsmessung die Gleichgewichtslage der stromlosen Rolle bestimmt wurde.

4. Ein vierter nicht zu unterschätzender Fehler lag in der Kleinheit der Elektroden begründet; die Kraftlinien verliefen deshalb auch nicht parallel (nach der ausdrücklichen Voraussetzung der Theorie sollen die Niveauflächen parallel sein), sondern verliefen zwischen den kleinen Elektroden in Bahnen, welche sich durch die ganze Flüssigkeit vertheilten und etwa auf der Oberfläche von concentrirten Ellipsoïden oder ellipsoïdähnlichen Gebilden lagen.

5. Ferner war infolge der kleinen Elektroden, trotz des Ueberzuges mit Platinmoor, Polarisation jedenfalls nicht ausgeschlossen; dieser Fehler eliminirte sich aber dadurch, dass es, wie schon erwähnt, hier nicht darauf ankam, absolute Werthe für die Leitungsfähigkeit zu erhalten, sondern nur ein Abhängigkeitsgesetz von der Modification der Leiter zu zeigen.

6. Dasselbe gilt schliesslich auch für den Abstand der Elektroden, der für die einzelnen Beobachtungsreihen, wie bereits erwähnt, nicht derselbe war, trotzdem aber als constante Grösse in die Rechnungen eingeführt wurde.

Wenn es nun auch gelang, die aus den Apparaten herrührenden Fehler zu eliminiren, oder sich wenigstens von der Grösse ihres Einflusses genügend Rechenschaft zu geben, so gilt dies durchaus nicht von dem Fehler, der aus der Methode der Beobachtungen entsprang. Dazu kommt noch, dass dieser Fehler, gegenüber den übrigen, von weitaus überwiegendem Einfluss ist. Die erhaltenen endgültigen Werthe sind deshalb auch mit einer gewissen Vorsicht aufzunehmen.

Die Theorie verlangt, dass die Vertheilung der dielektrischen Medien völlig gleichmässig, also dass das Verhältnis $\frac{q^1}{q}$ des Querschnittes von Dielektricum und Flüssigkeit in den einzelnen Körperschalen ein constantes sei. Aber obwohl die Pulver mittels einer Streubüchse eingesiebt wurden und dann durch Schütteln des ganzen Troges und Umrühren möglichste Gleichmässigkeit zu erzielen gesucht wurde, war es doch schwer, dies völlig zu erreichen, schon deshalb, weil sich die Gleichmässigkeit oder Ungleichmässigkeit der Vertheilung in diesem Falle der direkten Beobachtung völlig entzog, ein entstehender

Fehler durch Correction sich also nicht eliminiren liess. — Wohl aber liess sich der Fehler nach Möglichkeit dadurch einschränken, dass man jedesmal nicht zu kleine Quantitäten des Dielectricums hinzufügte.

4. Resultate.

a) Bestimmung des Correctionsgliedes.

Die Correctionsglieder wurden nach Formel 61a und 61b berechnet.

$$\alpha = \frac{\lambda_\mu - \lambda_\nu}{\lambda_\nu} \cdot \frac{1}{t_\mu - t_\nu}$$

$$\beta = \frac{1}{m^1}\left(\frac{\lambda_\mu - \lambda_\nu}{\lambda_\nu}\ \frac{1}{t_\mu - t_\nu} - \alpha\right).$$

Die folgenden Tabellen geben die zur Bestimmung von α und β benutzten Werthe die Bezeichnungen in der Kopfreihe bedeuten:

m^1 das Gewicht des hinzugefügten Mediums;
Δm^1 die Zunahme des Gewichtes desselben;
t die beobachteten Temperaturen in Celsius;
$\lambda_t \cdot 10^{12}$ das Leitungsvermögen in cm g sec-Einheiten und zwar gilt
λ für die erste Zeile
Δ_0 für die folgenden Zeilen, bezogen auf die beobachteten Temperaturen
$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$ das Leitungsvermögen bezogen auf 18,0° C.;
$\Delta\lambda_{18} \cdot 10^{12}$ die Abnahme der Leitungsfähigkeit.

Die vorletzte Colonne enthält den durch Gleichung 57 ausgedrückten Werth:

$$\frac{\Delta\Delta_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{1}{\lambda}$$ und zwar in Procenten von λ,

die letzte Reihe schliesslich die ermittelten Werthe von α und β.

Zunächst wurde benutzt:

Bittersalzlösung von 5 % in Trog II;

bei derselben waren:

$\varrho = 1{,}05037$; $m = 145$ g; $V = 138{,}09$ cbcm; $q = 624{,}003$ qmm.

1. Glas Nr. 5.

m^1 Glas 5	Δm^1	t	W (Ohm)	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	α und β
0		15,80°	144,156	23,889	0,02559
	49,2	28,39	110,990	31,028	— 0,000105
49,2		25,85	127,265	27,061	
	29,7	32,87	108,429	31,761	— 0,000020
78,9		29,25	121,869	28,258	
	30,1	27,20	128,933	26,711	— 0,000087
109,0		16,80	166,536	20,679	
	32,55	34,43	122,518	28,108	— 0,000004
141,55		33,18	122,515	28,108	
		26,70	146,317	23,536	

2. Glas Nr. 5.

m^1 Glas 5	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1}\frac{100}{\lambda}$	α und β
0		15,30°	23,299	24,928				$\alpha = 0{,}02321$
	36,25	40,30	36,818		1,294	0,0384	0,156	
36,25		43,37	36,128					$\beta = -0{,}000067$
	33,55	14.61	21,542	23,309	1,509	0,0448	0,183	
69,80		14,50	20,191	21,800				$-0{,}000038$
	38,40	34,41	29,545		1,005	0,0262	0,106	
108,20		40,03	30,101					$-0{,}000046$
	21,40	16,74	20,226	20,795	0,930	0,0435	0,177	
129,60		16,42	19,418	19,865				$-0{,}000048$
		38,13	27,683					

3. Glas Nr. 2.

m^1 Glas 2	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1}\frac{100}{\lambda}$	α und β
0	24,70	15,40°	22,561	24,080	0,783	0,0313	0,123	
24,70		15,10	22,213	23,820				$\beta = -0{,}000190$
	17,85	39,20	33,633		0,909	0,0508	0,207	
42,55		42,82	35,416					$-0{,}000046$
	31,30	15,50	21,607	22,911	1,675	0,0533	0,218	
73,85		15,50	20,020	21,236				$-0{,}000065$
	15,15	34,28	27,940					
89,00		14,15	18,039		2,149	0,0501	0,204	$-0{,}000084$
	25,05	36,11	25,334					
114,05		41,05	28,856					$-0{,}000019$
		15,42	18,077	19,087				

Für die folgende Beobachtungsreihe wurde benutzt:
Bittersalzlösung von ca. 4,5 % in Trog Nr. II;
bei derselben waren: $\varrho = 1{,}0239$; $m = 120$ g; $V = 117{,}19$ cbcm; $q = 529{,}553$ qmm.

4. Glas Nr. 2.

m^1 Glas 2	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1}\frac{100}{\lambda}$	α und β
0,0		16,30°	12,677	14,047				$\alpha = -0{,}03075$
	28,35	40,68	22,516		0,557	0,0196	0,140	
28,35		36,99	19,244					$\beta = 0{,}000113$
	23,10	20,47	14,559	13,490	0,527	0,0228	0,163	
51,45		20,23	13,823	12,963				$-0{,}000089$
	22,35	40,49	20,261		0,528	0,0236	0,168	
73,80		42,04	19,777					$-0{,}000070$
	19,30	20,49	13,343	12,435	0,381	0,0197	0,141	
93,10		20,31	12,830	12,054				$-0{,}000056$
	27,80	44,20	19,719		0,518	0,0186	0,133	
120,90		39,21	17,429					$-0{,}000037$
	63,50	18,69	11,766	11,536	1,252	0,0197	0,141	
184,40		20,58	10,903	10,284				$-0{,}000061$
	43,70	36,98	15,188		0,778	0,0178	0,127	
228,10		36,51	14,053					$-0{,}000023$
		18,85	9,689	9,5063				

Es ergibt sich hiernach für Glas als Mittelwerth des Temperaturcoefficienten:

$$\beta = -0{,}000048.$$

Für Smirgel ist, wie zum Theil auch hier schon geschehen, der Temperaturcoefficient zu gleicher Zeit mit den Werthen Δ_0 berechnet worden, der Werth von β wird deshalb erst an der betreffenden Stelle angegeben werden.

b) Bestimmung des Werthes:

$$\frac{\Delta \Delta_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}.$$

Im folgenden kommen die in den Tabellen aufgeführten Werthe unter denselben Bezeichnungen vor, wie bei der Berechnung des Correctionsgliedes.

I. Das benutzte Dielectricum war zunächst Glas Nr. 5, welches in die verschiedenen Flüssigkeiten hineingeschüttet wurde;

a) benutzte Flüssigkeit: Schwefelsäure von ca. 5 %. Trog Nr. I.

$\varrho = 1{,}0362$; $m = 140$ g; $V = 135{,}109$ cbcm; $q = 597$ qmm.

5.

m^1 Glas 5	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta \lambda$	$\Delta \lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta \lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		17,0°	213,995	216,58			
	44,45				14,61	0,329	0,152
44,45		17,0	199,975	201,97			
	46,70				14,97	0,319	0,148
91,20		17,0	185,57	187,00			
	20,65				6,61	0,319	0,148
111,85		17,0	179,17	180,39			
	29,75				9,10	0,305	0,141
141,60		17,7	171,00	171,29			
	34,20				9,37	0,274	0,126
175,80		17,8	161,80	161,92			
	64,31				19,18	0,298	0,138
240,11		17,5	142,60	142,74			

Der Mittelwerth von:

$$\frac{\Delta \Delta_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}142 \text{ (a)}.$$

b) Schwefelsäure ca. 10 %;. Trog Nr. I.

$\varrho = 1{,}0625$; $m = 140$ g; $V = 131{,}768$ cbcm; $q = 579{,}32$ qmm.

6.

m^1 Glas 5	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta \lambda$	$\Delta \lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta \lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		18,5°	345,85	343,61			
	12,40				5,57	0,448	0,130
12,40		18,5	340,14	338,04			
	37,15				17,86	0,480	0,139
49,55		18,7	322,57	320,18			
	44,50				19,30	0,433	0,123
94,05		18,5	302,18	300,88			
	34,90				14,25	0,408	0,119
128,95		20,5	291,55	286,63			
	27,15				11,65	0,428	0,125
156,10		20,8	279,26	274,98			
	34,05				14,41	0,423	0,123
190,15		21,0	263,59	260,57			

Im Mittel also für:

$$\frac{\Delta \Delta_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}1265 \text{ (b)}.$$

c) Schwefelsäure ca. 10 % (siehe b).

7.

m^1 Glas 5	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		20,0°	346,64	337,66			
	29,20				12,65	0,433	0,129
29,20		20,0	332,69	325,00			
	13,70				5,11	0,373	0,111
42,90		20,0	326,42	319,90			
	15,60				7,31	0,469	0,139
58,50		19,8	318,38	312,59			
	15,60				7,51	0,481	0,143
74,10		19,8	308,73	305,08			
	41,40				17,66	0,427	0,126
115,50		20,0	291,74	287,42			
	32,90				15,46	0,470	0,136
148,40		20,0	275,16	271,96			

Im Mittel also für:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}131 \text{ (c)}.$$

b) Bittersalzlösung ca. 5 %; Trog Nr. II.

$\varrho = 1{,}05037$; $m = 145$ g; $V = 138{,}09$ cbcm; $q = 624{,}003$ qmm.

8.

m^1 Glas 5	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		19,1°	24,920	24,603			
	62,7				2,199	0,03507	0,1425
62,7		19,1	22,982	22,404			
	29,4				0,936	0,0318	0,1315
92,1		19,3	22,086	21,468			
	27,2				0,927	0,0341	0,141
119,3		19,4	21,139	20,541			
	36,0				1,203	0,0334	0,138
155,3		19,4	19,851	19,338			

Im Mittel für:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}131 \text{ (b)}.$$

e) Ein weiterer Werth für

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}155 \text{ (e)}$$

bei $\lambda = 24{,}928 \cdot 10^{-12}\,\text{cm}^{-2}\,\text{sec}$.

ergibt sich aus Tabelle Nr. 2.

II. Das benutzte Dielectricum war Glas Nr. 2, zur Verwendung kam als Flüssigkeit:

f) Schwefelsäure von ca. 5 % (siehe a).

9.

m^1 Glas 2	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		18,5°	214,45	213,19			
	12,30				3,79	0,308	0,145
12,30		17,8	208,92	209,40			
	19,55				8,00	0,421	0,197
31,85		17,5	200,34	201,40			
	9,75				2,93	0,299	0,140
41,60		17,2	196,88	198,47			
	52,50				16,03	0,305	0,143
94,10		17,5	181,75	182,44			
	33,00				10,03	0,304	0,142
127,10		18,0	172,41	172,41			
	53,00				20,59	0,388	0,181
180,70		18,0	151,82	151,82			

Im Mittel für:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}160 \text{ (f)}.$$

g) Schwefelsäure von ca. 10%; Trog Nr. II.

$\varrho = 1{,}0668$; $m = 140$ g; $V = 131{,}21$ cbcm; $q = 592{,}91$ qmm.

10.

m_i^1 Glas 2	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		22,5°	382,56	360,26			
	19,21				7,16	0,369	0,103
19,21		22,6	373,71	353,10			
	16,43				10,06	0,610	0,169
35,64		22,8	362,62	343,04			
	23,20				7,94	0,342	0,095
58,84		22,9	352,60	335,10			
	25,05				11,93	0,475	0,132
83,89		23,0	338,22	323,17			
	30,05				11,71	0,397	0,110
113,94		23,2	324,05	311,46			
	26,10				12,65	0,485	0,135
140,04		23,5	309,60	298,81			
	25,70				14,17	0,551	0,153
165,74		23,5	292,89	284,64			

Im Mittel für:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}128 \text{ (g)}.$$

h) Schwefelsäure von 15 %; Trog Nr. II.

$\varrho = 1{,}09567$; $m = 145$ g; $V = 132{,}3$ cbcm; $q = 597{,}83$ qmm.

11.

m^1 Glas 2	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		22,0°	469,79	443,85			
	14,60				6,27	0,429	0,099
14,60		22,3	463,70	437,58			
	14,50				8,82	0,608	0,137
29,10		22,3	452,92	428,76			
	30,14				16,05	0,533	0,120
59,24		22,4	433,63	412,71			
	15,66				6,35	0,405	0,091
74,90		22,4	425,48	406,37			
	18,00				8,87	0,493	0,111
92,90		22,4	415,59	398,50			
	24,30				12,39	0,510	0,115
117,20		22,5	400,85	386,11			
	26,70				12,97	0,486	0,109
143,90		22,5	385,09	373,14			

Im Mittel:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}112 \text{ (h)}.$$

i) Schwefelsäure von ca. 10 %; Trog Nr. II.

$\varrho = 1{,}07131$; $m = 145$ g; $V = 135{,}35$ cbcm; $q = 611{,}61$ qmm.

12.

m^1 Glas 2	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		15,9°	356,86	366,56			
	49,85				29,78	0,595	0,162
49,85		16,3	330,86	336,78			
	37,50				24,28	0,6475	0,177
87,35		16,0	307,13	312,50			
	31,18				17,61	0,564	0,154
118,53		18,0	294,89	294,89			

Im Mittel:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}164 \text{ (i)}.$$

Hierzu gehören noch die aus den Tabellen 3 und 4 zu entnehmenden Werthe:

f) $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}188$ (f) wobei $\lambda = 24{,}080 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{sec}$.

l) $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}145$ (l). wobei $\lambda = 14{,}047 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{sec}$.

III. Für Glas Nr. 0 ergaben sich folgende Werthe, wenn als Flüssigkeiten zur Verwendung kamen:

m) Schwefelsäure von ca. 10 % (siehe g).

13.

m^1 Glas 0	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		20,8°	379,63	365,86			
10,6	10,6	20,1	370,18	360,50	5,36	0,506	0,138
23,0	12,4	19,9	364,42	356,57	3,93	0,317	0,087
40,2	17,2	19,9	356,16	348,70	7,87	0,457	0,125
76,6	36,4	21,6	341,15	329,73	18,97	0,521	0,142
96,2	19,6	21,0	329,21	320,97	8,76.	0,447	0,122
116,8	20,6	21,1	316,77	309,56	11,41	0,553	0,151
140,9	24,1	21,2	302,41	294,44	13,12	0,503	0,137
161,4	20,5	21,4	288,71	283,59	12,85	0,622	0,170

Im Mittel: $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}1341$ (m).

n) Schwefelsäure von ca. 15 % (siehe h).

14.

m^1 Glas 0	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		20,7°	468,50	451,05			
12,85	12,85	20,8	459,64	442,68	8,37	0,649	0,144
24,48	11,63	20,9	452,93	436,35	6,33	0,546	0,121
37,98	13,50	21,0	444,38	428,41	7,34	0,588	0,130
53,88	15,90	21,1	433,94	419,34	9,07	0,570	0,127
70,68	16,80	21,1	421,84	408,23	11,11	8,661	0,147

Im Mittel für: $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}134$ (n) [−0,1336].

o) Kochsalzlösung ca. 9 %; Trog Nr. II.

$\varrho = 1{,}06089$; $m = 145\,\mathrm{g}$; $V = 136{,}66$ cbcm; $q = 617{,}53$ qmm.

15.

m^1 Glas 0	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		23,4°	109,070	96,836			
22,80	22,88	23,5	106,640	94,745	2,09	0,092	0,095
60,80	38,00	23,5	100,790	90,540	4,21	0,111	0,114
85,10	24,30	23,3	97,816	88,483	2,06	0,085	0,088
112,90	27,80	23,4	93,558	85,304	3,18	0,114	0,118
198,70	25,80	23,5	98,576	82,274	3,03	0,117	0,121

Im Mittel für: $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}107$ (o).

p) Bittersalzlösung 9,9 %; Trog Nr. II.

$\varrho = 1{,}0953$; $m = 130{,}7$ g; $V = 119{,}33$ cbcm; $q = 537{,}98$ qmm. (Mit dem Telephon beobachtet.)

16.

m^1 Glas 0	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		18,0°	36,021	36,021			
21,4	21,4	18,0	34,605	34,605	1,416	0,0662	0,184
47,5	26,1	18,2	33,306	33,160	1,445	0,0554	0,153
67,7	20,2	18,4	32,088	31,819	1,341	0,0664	0,184
90,9	23,2	18,6	31,182	30,843	0,976	0,0421	0,117
131,15	40,25	18,7	29,418	29,051	1,792	0,0445	0,123
168,1	36,95	18,9	27,976	27,569	1,482	0,0405	0,113

Im Mittel:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}146 \text{ (p)}.$$

IV. Das benutzte Dielectricum war: Smirgel Nr. 2.

q) in Bittersalzlösung von 5 % (siehe b).

17.

m^1 S. 2	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$	β
0		14,50°	22,732	24,793				
53,1	53,1	15,50	21,794	23,133	1,470	0,0277	0,127	— 0,000021
163,8	110,7	13,60	18,076	19,810	3,323	0,0300	0,121	— 0,000028

Im Mittel:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}124 \text{ (q)}.$$

V. Smirgel Nr. 3 in Bittersalzlösung 5 % (siehe b).

18.

m^1 S. 3	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$	β
0		16,36	23,907	24,924				
37,95	37,95	16,27	22,875	23,617	1,307	0,0342	0,137	
		42,20	36,872					— 0,000058
91,50	53,60	42,32	32,339		2,023	0,0377	0,155	
		18,53	21,851	21,594				— 0,000062
143,45	51,95	14,45	17,786					
		38,80	28,734		3,193	0,0352	0,141	— 0,000014
182,15	38,70	40,23	27,706					
		16,18	17,718	18,401				— 0,000014
221,95	39,80	16,40	17,132	17,519	0,882	0,0222		
		38,77	25,772					— 0,000025

Im Mittel:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}1447 \text{ (r)}.$$

VI. Smirgel Nr. 7 in Bittersalzlösung 5 % (siehe ð).

19.

m^1 S. 7	Δm^1	t	$\lambda_t \cdot 10^{12}$	$\lambda_{18} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$	β
0		14,43	22,212	24,282				$\alpha = 0{,}02515$
		38,46	35,873					
26,0	26,0	41,73	36,427		0,879	0,0338	0,1391	$\beta = -0{,}000049$
		16,00	22,278	23,403				
84,6	58,6	15,42	21,152	22,460	2,886	0,0285	0,1168	$-0{,}000039$
		40,10	33,813					
127,3	42,7	13,67	18,682	20,507				$-0{,}000003$
		41,72	32,060					
196,7	69,4	13,62	16,832	18,387	2,120	0,0306	0,1257	$-0{,}000003$
		40,27	28,228					

Im Mittel:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}1272 \text{ (ŝ)}.$$

Im Mittel hat β für Smirgel den Werth:

$$\beta = -0{,}0000287.$$

(Unter Berücksichtigung noch einiger anderer Beobachtungsreihen hatte sich ergeben $\beta = -0{,}0000251$.)

VII. Sand als Dielectricum in Schwefelsäure von ca. 3,3 %. (In diesem Falle war der Querschnitt der Flüssigkeit nur aus der Höhe ermittelt worden.)

$q = 590{,}31$ qmm; Trog Nr. I.

20.

m^1 Sand	Δm^1	t	$\lambda_{16} \cdot 10^{12}$	$\Delta\lambda$	$\Delta\lambda / \Delta m^1$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$
0		16,0°	184,12			
	23,15			4,39	0,19	0,103
23,15		16,0	179,73			
	10,40			2,11	0,20	0,111
33,55		16,0	177,62			
	18,65			4,26	0,23	0,130
52,25		16,0	174,36			
	32,20			7,07	0,22	0,126
84,40		16,0	167,29			
	32,37			5,75	0,18	0,108
116,77		16,0	161,54			
	75,43			11,15	0,15	0,087
192,20		16,0	150,39			

Im Mittel für:

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda} = -0{,}11075 \text{ (t)}.$$

Die letzte Colonne der Tabellen zeigt, dass zwischen der Leitungsfähigkeit eines Elektrolytes und der Masse des hinzugefügten Dielectricums nur eine lineare Abhängigkeit stattfinden kann; — denn wenn auch die Zahlenwerthe für $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$ stark von einander abweichen, so sind die Abweichungen vom Mittel doch gleichmässig auf der positiven und negativen Seite vertheilt und nicht so gross, dass sie nicht aus den oben angeführten Fehlerquellen erklärt werden könnten.

Es ist aber hierin eine Uebereinstimmung mit der entwickelten Theorie zu erblicken.

Die Theorie fordert jedoch gemäss der Gleichung 57

$$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{1}{\lambda} = -\frac{\varrho}{m}\left(\frac{1}{\varrho^1}\frac{ck}{\lambda} + \frac{1}{\varrho_1} b\right)$$

auch eine Abhängigkeit von der physikalischen und elektrischen Natur des Dielectricums sowie von der Leitungsfähigkeit des Elektrolytes. — Um diese Abhängigkeit zu zeigen, sind in folgender Tabelle die Werthe für λ und $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$ zusammengestellt:

		λ_{18}	$\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$	Tabelle
Glas Nr. 5	Bittersalz 5 %	24,928	— 0,155	2; e
	Schwefelsäure 5 %	216,58	— 0,142	5; a
	„ ca. 10 %	337,66	— 0,131	7; c
	„ „ 10 %	343,61	— 0,127	6; b
Glas Nr. 2	$MgSO_4$ ca. 4,5 %	14,047	— 0,145	4; l
	„ „ 5 %	24,080	— 0,188	3; k
	H_2SO_4 „ 5 %	213,19	— 0,160	9; f
	„ „ 10 %	360,26	— 0,128	10; g
	„ „ 15 %	443,85	— 0,112	11; h
Glas Nr. 0	$MgSO_4$ 9,9 %	36,021	— 0,146	16; p
	NaCl 9,9 %	96,261	— 0,107	15; o
	H_2SO_4 10 %	365,860	— 0,1341	13; m
	„ 15 %	451,050	— 0,1336	14; n

Sieht man von je einem Werthe bei Glas Nr. 0 und Glas Nr. 2 ab, so ist deutlich zu erkennen, dass mit grösser werdendem λ, gemäss der Gleichung 57, resp. ihrer Forderung auf der rechten Seite, der Werth von: $\frac{\Delta A_0}{\Delta m^1} \cdot \frac{100}{\lambda}$ seinem absoluten Betrage nach immer kleiner wird und zwar in linearem Verhältnis; natürlich werden gerade hierauf die Beobachtungsfehler den meisten Einfluss haben.

Leider konnten die entsprechenden Werthe für Smirgel nicht mit berücksichtigt werden; derselbe war mit Eisenverbindungen verunreinigt, die sich in der Schwefelsäure lösten und infolgedessen die Leitungsfähigkeit derselben in so unregelmässiger Weise beeinflussten, dass nur die Beobachtungen mit Bittersalzlösung angeführt werden konnten. Ebenso war der benutzte Sand mit löslichen Verbindungen verunreinigt, so dass die Beobachtungen zum grössten Theil unbrauchbar wurden.

Späteren Untersuchungen soll es vorbehalten bleiben, die aus der Methode der Beobachtung resultirenden Fehler in vollkommenerer Weise zu eliminiren und auch andere Substanzen auf ihr Verhalten unter den gegebenen Bedingungen zu untersuchen.

Von Wichtigkeit dürfte es ferner sein, die Beobachtungen in derselben Anordnung auch mit constanten Strömen anzustellen. Bereits ausgeführte Vorversuche haben gezeigt, dass es unter Anwendung unpolarisirbarer Elektroden, z. B. Zinkelektroden in Zinklösungen etc. nicht schwer ist, auch mit constanten Strömen exacte Widerstandsmessungen an gewissen Elektrolyten auszuführen.

Schluss.

Die Gleichung 56 zeigt einen Weg, auf einfache Weise die specifische Inductions-Capacität experimentell zu bestimmen.

Wenn die durch vorliegende Beobachtungen ermittelten Werthe auch noch viel zu roh sind, als dass der folgenden Rechnung ein erhebliches Gewicht beizulegen wäre, so dürfte es doch von Interesse sein, den einzuschlagenden Weg wenigstens anzudeuten.

Die Gleichung 56 lautete:

$$\Delta_0 = \lambda - \frac{m^1}{m}\varrho\frac{ck}{\varrho^1} - \frac{m^1}{m}\varrho\frac{b}{\varrho_1}\lambda,$$

die beiden Glieder:

$$x = \frac{ck}{\varrho^1} \quad \text{und} \quad y = \frac{b}{\varrho_1}$$

lassen sich getrennt erhalten durch Beobachtung des Einflusses desselben dielektrischen Mediums auf verschiedene Leiter, da das eine Glied von dem leitenden Körper, das andere von dem Dielectricum abhängt, bei Beobachtungen an demselben Nichtleiter also constant bleibt.

Es ist:

$$s = \frac{1}{\lambda}x + y = \frac{\Delta\Delta_0}{\Delta m^1}\cdot\frac{1}{\lambda}\cdot\frac{m}{\varrho}$$

nach Gleichung 57; da also s gegeben ist, lässt sich sowohl x als auch y nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnen; man erhält zufolge der Bedingung:

$$Min = \Sigma\left(\frac{1}{\lambda}x + y - s\right)^2$$

die beiden Gleichungen für x und y:

$$\frac{d}{dx}\Sigma\left(\frac{1}{\lambda}x + y - s\right)^2 = \Sigma\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{\lambda}x + y - s\right) = 0$$

$$\frac{d}{dy}\Sigma\left(\frac{1}{\lambda}x + y - s\right)^2 = \Sigma\left(\frac{1}{\lambda}x + y - \sigma\right) = 0. \quad —$$

(Durch Ausrechnen ergaben sich z. B. für Glas Nr. 5 die Gleichungen:

$$0{,}33740\cdot x + 9{,}6944\cdot y = 1{,}9353$$
$$0{,}09694\cdot x + 7\ ^1)\cdot y \quad = 1{,}2623$$

$$x = 0{,}92123 = \frac{ck}{\varrho^1}$$

$$y = 0{,}16757 = \frac{b}{\varrho_1},$$

da nun:

$$\varrho^1 = 2{,}529$$
$$ck = 0{,}23298$$
$$\frac{b}{\varrho_1} = 0{,}16757.)$$

Die Werthe für x und y liefern dann unmittelbar

$$ck \quad \text{und} \quad \frac{b}{\varrho_1}.$$

Stellt man dann noch Beobachtungen [1]) mit verschiedenen Nichtleitern in denselben leitenden Medien an, so kann man auf dieselbe Weise leicht die Constanten c und b einerseits, k und ϱ_1 andererseits ermitteln.

Da von Smirgel aus dem erwähnten Grunde nur Beobachtungen in einem Medium vorlag, so konnte diese Trennung nicht vorgenommen werden.

Ob die entwickelte Theorie eine brauchbare Methode zur Bestimmung der specifischen Inductions-Capacität liefert, sollen spätere Untersuchungen erweisen.

Breslau, Phys. Inst., Februar 1887.

[1]) Ausser den fünf angeführten Beobachtungsreihen wurden zur Berechnung noch zwei weitere benutzt, die anzuführen überflüssig erschien.

Druck von R. Oldenbourg in München.